Rozdział 7 Rezonatory i filtry mikrofalowe

7.1. Wprowadzenie

Rezonatory odgrywają niezwykle ważną rolę w technice mikrofalowej dzięki licznym i bardzo rozmaitym zastosowaniom. Analiza i opis ich właściwości mogą być prowadzone w różny sposób, a dobór odpowiedniej formy zależy od potrzeb i możliwości, jakie dany sposób oferuje. Zasadniczo można wyróżnić trzy takie formy.

Opis polowy, oparty na rozwiązaniu równań Maxwella, jest najbardziej rygorystyczny i ogólny. Równania te można rozwiązać dla wielu konfiguracji powierzchni granicznych rezonatora i różnych wypełniających go materiałów. Wynikiem końcowym są dobrocie i częstotliwości rezonansowe. W tym rozdziale nie będziemy używać tej formy opisu. Wyjątkiem są polowe definicje podstawowych parametrów.

Przedstawianie rezonatorów za pomocą obwodów zastępczych jest bardzo popularne i zrozumiałe dla wszystkich, którzy poznali podstawy teorii obwodów o stałych skupionych. Wartości elementów tych obwodów są w prosty sposób związane z polowo definiowanymi parametrami rezonatora, takimi jak dobrocie i częstotliwości rezonansowe. Wadą obwodów zastępczych jest ich zależność od doboru płaszczyzn odniesienia, co powoduje, że przyjmują one prostą i przejrzystą postać jedynie dla specjalnie dobranych położeń tych płaszczyzn.

Ostatnio coraz popularniejszy staje się opis rezonatorów za pomocą macierzy rozproszenia. W tym podejściu reflektancje i transmitancje macierzy rozproszenia rezonatorów opisane są funkcjami częstotliwości, zależnymi od dobroci i współczynników sprzężenia rezonatora z prowadnicami falowymi. Ułatwia to interpretacje fizyczne i pomiary parametrów rezonatora.

Filtry mikrofalowe są powszechnie stosowanymi i niezastąpionymi elementami układów i systemów radiokomunikacyjnych. W przestrzeni wokół naszej planety propagowana jest wielka liczba sygnałów na rozmaitych częstotliwościach. Wybranie pożądanego sygnału wymaga usunięcia w torze odbiornika pozostałych. Tę rolę muszą spełnić filtry. Zawarta w tym rozdziale wiedza o filtrach jest jedynie podstawowa i stanowi minimum tego, co powinniśmy o nich wiedzieć.

7.2. Obwody rezonansowe i rezonatory

7.2.1. Obwód rezonansowy szeregowy

Rezonatory mikrofalowe są elementami o bardzo różnych konstrukcjach i rozmiarach, zwykle wykorzystującymi odcinki prowadnic falowych. Jednakże opis zjawiska rezonansu wygodnie jest rozpocząć analizą idealnego obwodu rezonansowego o stałych skupionych, pokazanego na rys. 7.1A. Obwód ten, nazywany szeregowym obwodem rezonansowym, składa się z:

- \checkmark idealnego źródła napięciowego U_G o impedancji wewnętrznej Z_G ,
- ✓ szeregowego obwodu rezonansowego L, C, R.

Prąd I płynący w obwodzie obliczamy z zależności (7-1), zgodnie z prawem Ohma:

$$I = \frac{U_G}{R_G + Z}; \qquad \text{gdzie } Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right); \tag{7-1}$$



Rys. 7.1. Obwód rezonansu szeregowego. **A)** Elementy R, L, C obwodu. **B)** Przebiegi reaktancji X elementów L i C. **C)** Krzywa rezonansowa przepływu prądu w obwodzie.

Przyjmijmy, że źródło napięciowe zmienia swoją częstotliwość $f = \omega/2\pi$, nie zmieniając przy tym wartości amplitudy napięcia U_G . Obliczając zależność amplitudy prądu |I| płynącego w obwodzie od częstotliwości f otrzymuje się wykres pokazany na rys. 7.1C. O otrzymanej charakterystyce mówimy, że ma charakter rezonansowy. Maksymalną wartość prądu $|I|_{MAX}$ otrzymujemy dla pulsacji = ω_0 , zwanej pulsacją rezonansową. Jej wartość, zgodnie z zależnością (7-2), zależy od iloczynu *LC*:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC};\tag{7-2}$$

Dla częstotliwości rezonansowej amplituda prądu w obwodzie osiąga wartość wielokrotnie większą niż w jej sąsiedztwie. W rezonansie impedancja Z jest czysto rzeczywista Z = R, a jej moduł osiąga wartość minimalną. Jednocześnie prąd płynący w obwodzie ma wartość maksymalną:

$$I = |I|_{MAX} = \frac{U_G}{R + R_G};$$
(7-3)

Na zjawisko rezonansu można spojrzeć od strony energii zgromadzonych w obwodzie. I tak, średnia energia pola magnetycznego W_H zgromadzona w polu magnetycznym wytwarzanym przez indukcyjność związana jest z wartością prądu zależnością (7-4). Podobnie średnia energia pola elektrycznego W_E zgromadzona w polu elektrycznym wytwarzanym przez pojemność, jest wyznaczona związkiem (7-4):

$$W_H = \frac{|I|^2 L}{4}; \quad W_E = \frac{|U|^2 C}{4};$$
 (7-4)

Dla pulsacji rezonansowej ($\omega = \omega_0$ i $f = f_0$) obie energie są sobie równe, a ich suma osiąga wartość maksymalną:

$$W_H = W_E; \quad W_H + W_E = MAX; \tag{7-5}$$

Wnioski powyższe są podstawą uogólnionej definicji częstotliwości rezonansowej rezonatora.

Charakterystycznym parametrem krzywej rezonansowej z rys. 7.1C jest jej szerokość Δf . Parametr ten związany jest z dobrocią obwodu rezonansowego. Dobroć całkowita Q_L może być zdefiniowana na podstawie kształtu krzywej rezonansowej, bądź parametrów obwodowych:

$$Q_L = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0 L}{R + R_G}; \tag{7-6}$$

Definiowane są także: dobroć własna Q_0 i dobroć zewnętrzna Q_2 :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}; \qquad Q_Z = \frac{\omega_0 L}{R_G}; \tag{7-7}$$

Związek między trzema zdefiniowanymi dobrociami jest oczywisty:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_Z};$$
(7-8)

Impedancja Z zapisana zależnością (7-1) może być wyrażona w formie (7-9) z użyciem dobroci:

$$Z = R \left[1 + j\omega Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \cong R \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right);$$
(7-9)

Impedancja szeregowego obwodu rezonansowego może być także wyrażona uniwersalną zależnością słuszną dla każdej konfiguracji obwodu. Obliczając moc strat P_R wydzieloną na rezystancji R:

$$P_R = \frac{|I|^2 R}{2};$$
 (7-10)

możemy następnie zapisać impedancję $Z(\omega)$ następująco:

$$Z(\omega) = \frac{P_R + j2\omega(W_H - W_E)}{|I|^2/R};$$
(7-11)

Zależność (7-11) ilustruje ścisły związek między modelem obwodowym a polowym każdego obwodu, w tym przypadku rezonansowego.

7.2.2. Obwód rezonansowy równoległy

Obwodem dualnym do szeregowego jest równoległy obwód rezonansowy, składający się z idealnego źródła prądowego I_G , R_G i równoległego obwodu rezonansowego L, C, R – rys. 7.2.

Obliczamy napięcie panujące na obwodzie:

$$U = \frac{I_G}{G_G + Y};$$

$$gdzie Y = G + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right);$$
(7-12)

Dla pulsacji rezonansowej $\omega = \omega_0$ określonej zależnością (7-2) admitancja jest rzeczywista Y = G, a jej moduł osiąga wartość minimalną. Dla częstotliwości rezonansowej napięcie |U| na obwodzie osiąga wtedy wartość maksymalną.

$$|U|_{MAX} = \frac{I_G}{G + G_G}; \tag{7-13}$$

Energie zgromadzone w obwodzie: średnia energia pola magnetycznego W_H i średnia energia pola elektrycznego spełniają także w tym przypadku warunek (7-5).



Rys. 7.2. Obwód rezonansu równoległego. **A)** Elementy obwodu. **B)** Krzywa rezonansowa napięcia obwodu.

Charakterystycznym parametrem, podobnie jak dla rezonansowego obwodu szeregowego, jest szerokość krzywej rezonansowej jako miara dobroci całkowitej Q_L obwodu:

$$Q_L = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0 C}{G + G_G}; \tag{7-14}$$

Dobrocie: własna Q_0 i zewnętrzna Q_Z zapisują się podobnymi zależnościami:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 C}{G}; \qquad Q_Z = \frac{\omega_0 C}{G_G}; \tag{7-15}$$

Zależność (7-8) wiąże ze sobą dobrocie.

Admitancję Y można z użyciem dobroci zapisać zależnością (7-16):

$$Y = G\left[1 + j\omega Q_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] \cong G\left(1 + j2Q_0\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right);$$
(7-16)

7.2.3. Rezonatory – definicje ogólne

Rezonatorem, albo wnęką rezonansową, nazywamy obszar dielektryka otoczonego ściankami metalowymi, lub – w ogólnym przypadku – innym dielektrykiem, w którym można wzbudzić pole elektromagnetyczne. W rezonatorze pobudzonym gromadzi się energia pola magnetycznego W_H i elektrycznego W_E . Pulsację, dla której $W_H = W_E$, nazywamy rezonansową. Jak w przypadku obwodu o stałych skupionych całkowita energia $W_H + W_E$ zmagazynowana w rezonatorze osiąga dla pulsacji rezonansowej wartość lokalnie maksymalną.

Dla rezonatora o określonych wymiarach można określić nieskończenie wiele częstotliwości rezonansowych. Każdej z nich odpowiada inny rozkład / mod pola EM w obszarze rezonatora. Najmniejszą częstotliwość rezonansową nazywamy rezonansem podstawowym. Wyższe częstotliwości rezonansowe nie są na ogół wielokrotnościami podstawowej.

Rozważymy teraz sytuację, gdy w rezonatorze wzbudzono pole EM doprowadzając z zewnątrz sygnał o częstotliwości rezonansowej ω_0 i zgromadzono energię W_0 . Następnie rezonator "odcięto" od źródła przerywając wzbudzenie. Straty w ściankach metalowych i dielektryku powodują wykładniczy zanik energii, zgodnie z zależnością (7-17):

$$W(t) = W_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{Q_0}};$$
 (7-17)

Szybkość zaniku energii w rezonatorze jest miarą jego dobroci własnej Q_0 . Gdy rezonator nie został "odcięty" od źródła energia zanika szybciej, gdyż część z niej wypływa na zewnątrz. Szybkość zaniku energii w tym przypadku jest miarą jego dobroci całkowitej Q_L .

$$W(t) = W_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{Q_L}};$$
(7-18)

Należy pamiętać, że dla każdego modu wartości dobroci rezonatora są inne.

Moc P_R tracona w rezonatorze, w którym zgodnie z (7-17) zanika energia W, jest równa:

$$P_R = -\frac{dW}{dt}; (7-19)$$

Ogólną, polową definicję dobroci własnej można teraz zapisać następująco:

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_R}; \tag{7-20}$$

lub inaczej zależnością (7-21):

$$Q_0 = 2\pi \frac{energia \ zmagazyn. \ w \ rezonatorze}{energia \ tracona \ w \ rezon. \ w \ 1 \ okresie};$$
(7-21)

Można obok mocy P_R traconej w rezonatorze wyodrębnić moc P_G traconą na zewnątrz rezonatora w trakcie zaniku energii zgromadzonej w rezonatorze. Teraz dobroć całkowita i zewnętrzna zapiszą się zależnościami (7-22):

$$Q_L = \omega_0 \frac{W}{P_R + P_G}; \qquad Q_Z = \omega_0 \frac{W}{P_G}; \tag{7-22}$$

Związek (7-8) między dobrociami pozostaje oczywiście słuszny.

7.3. Rezonator jako obciążenie toru

7.3.1. Obwód zastępczy

Rezonator mikrofalowy, aby pełnił swoją funkcję, jest zwykle sprzężony z prowadnicą falową. W najprostszym przypadku stanowi zakończenie prowadnicy falowej i tworzy w ten sposób jednowrotnik. Rezonator taki nazywamy sprzężonym odbiciowo lub krótko odbiciowym.

Przykład struktury takiego rezonatora pokazano na rys. 7.3A. Na końcu falowodu prostokątnego umieszczono rezonator prostopadłościenny z otworem sprzęgającym. Rezonator tego typu ma wiele częstotliwości rezonansowych. Mierząc współczynnik odbicia takiego rezonatora można zauważyć, że w wielu zakresach częstotliwości moduł współczynnika odbicia jest bliski 1. Oznacza to pełne odbicie sygnału, rezonator nie zostaje pobudzony. W wybranych zakresach częstotliwości, wokół kolejnych częstotliwości rezonansowych, pobudzony rezonator absorbuje część mocy.

Obwodem zastępczym można opisać zachowanie rezonatora w wąskim paśmie wokół jednej z częstotliwości rezonansowych. Opis opiera się na położeniu charakterystyki $\Gamma(f)$ na wykresie Smitha. Pomiary wykazują, że charakterystyka $\Gamma(f)$ tworzy okrąg, "podwieszony" do okręgu zewnętrznego. Położenie okręgu zależy od przyjętej płaszczyzny odniesienia, co pokazano na rys. 7.3B. Dla częstotliwości rezonansowej $|\Gamma|$ ma wartość najmniejszą.

Dwa z położeń charakterystyki $\Gamma(f)$ mają istotne znaczenie dla struktury obwodu zastępczego. Są to okręgi "podwieszone" w płaszczyźnie zwarcia i w płaszczyźnie rozwarcia, co zaznaczono na rys. 7.3B. Dla obu położeń okręgów $\Gamma(f)$ obwody zastępcze są proste, choć różne.



Rys. 7.3. Rezonator prostopadłościenny jako obciążenie prowadnicy. **A)** Fizyczna struktura rezonatora. **B)** Charakterystyki współczynnika odbicia $\Gamma(f)$ rezonatora w różnych płaszczyznach, przedstawione na wykresie Smitha.

Na rys. 7.4A pokazano strukturę ogólną obwodu zastępczego. Każdemu z nieskończenie wielu rezonansów odpowiada inny równoległy obwód rezonansowy. Pulsacje rezonansowe tych obwodów wynoszą kolejno: ω_{01} , ω_{02} , ... ω_{0n} (gdzie n jest liczbą naturalną). Przy zmianie częstotliwości w szerokich granicach kolejne obwody przechodzą przez rezonans. Poza rezonansem każdy z obwodów zachowuje się jak zwarcie, jeśli tylko jego dobroć jest odpowiednio duża. Tak więc, ograniczając rozważania do stosunkowo wąskiego pasma częstotliwości wokół jednej z częstotliwości rezonansowych, można uprościć obwód zastępczy, pozostawiając jeden obwód rezonansowy. Przekładnia n idealnego transformatora jest oczywiście funkcją częstotliwości. W wąskim pasmie częstotliwości, dla jednego określonego rodzaju pola EM, wartość n można jednak uznać za stałą.

Na rys. 7.4B pokazano rozkład modułu napięcia |U(l)| wzdłuż prowadnicy falowej, gdy rezonator jest odstrojony od rezonansu. Położenia minimum tego napięcia wyznaczają tzw. płaszczyzny zwarcia przy odstrojeniu. Jedną z nich może być płaszczyzna odniesienia T dla równoległego obwodu rezonansowego, gdyż obwód taki daleko od rezonansu staje się zwarciem. Obwód zastępczy w postaci równoległego obwodu rezonansowego pokazano na rys. 7.4C. Innego rodzaju płaszczyzny odniesienia wyznaczają maksima rozkładu |U(l)|. Są to tzw. płaszczyzny rozwarcia przy odstrojeniu. Ponieważ szeregowy obwód rezonansowy daleko od rezonansu zachowuje się jak rozwarcie, to w tej płaszczyźnie odniesienia może on być obwodem zastępczym rezonatora, co pokazano na rys. 7.4D.

Oba rodzaje obwodów zastępczych rezonatora: równoległy i szeregowy są sobie równoważne. W obwodach tych nie ma już idealnego transformatora reprezentującego układ sprzężenia rezonatora z prowadnicą, gdyż wszystkie elementy obwodu przetransformowano na stronę prowadnicy falowej. Wybór jednego z obwodów zastępczych jest kwestią wygody. Układ równoległy jest preferowany, gdyż położenie płaszczyzny zwarcia przy odstrojeniu można wyznaczyć dokładniej.



Rys. 7.4. Obwody zastępcze rezonatora sprzężonego odbiciowo. **A)** Pełny obwód zastępczy, w płaszczyźnie zwarcia przy odstrojeniu. **B)** Rozkład napięcia na linii przed rezonatorem, daleko od rezonansu. **C)** Równoległy zastępczy obwód rezonansowy dla wybranego modu w płaszczyźnie zwarcia przy odstrojeniu, po przetransformowaniu na stronę prowadnicy. **D)** Szeregowy zastępczy obwód rezonansowy w płaszczyźnie rozwarcia przy odstrojeniu, po przetransformowaniu na stronę prowadnicy.

Obwód zastępczy z rys. 7.4C jest opisany trzema elementami: L, C i G. Ich wartości są związane z dwoma parametrami rezonatora: częstotliwością rezonansową ω_{0n} ,

$$\omega_{0n}^2 = \frac{1}{LC};$$
(7-23)

i dobrocią własną rezonatora Q_{0n.}

$$Q_{0n} = \frac{\omega_{0n}C}{G} = \frac{1}{\omega_{0n}LG};$$
(7-24)

Wynika z tego, że znajomość ω_{0n} i Q_{0n} nie pozwala jednoznacznie określić wartości L, C i G.

Na podstawie obwodu można określić także dobroć całkowitą Q_L i zewnętrzną Q_Z .

$$Q_{Ln} = \frac{\omega_{0n}C}{Y_0 + G}; \qquad Q_{Zn} = \frac{\omega_{0n}C}{Y_0};$$
 (7-25)

związane ze sobą zależnością (7-8).

Kolejnym ważnym parametrem jest współczynnik sprzężenia β , definiowany następująco:

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_Z} = \frac{Y_0}{G};$$
(7-26)

Ze względu na wartość β rezonator może być zakwalifikowany do jednej z trzech grup:

✓ $\beta < 1$ – rezonator sprzężony podkrytycznie,

✓ $\beta = 1 - \text{rezonator sprzężony krytycznie},$

✓ $\beta > 1$ – rezonator sprzężony nadkrytycznie.

Admitancja zredukowana rezonatora y_r może być zapisana bez użycia elementów obwodu zastępczego:

$$y_r = \frac{G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}{Y_0} = \frac{1}{\beta} \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0}\right); \tag{7-27}$$

Trzy parametry powyższej zależności: β , ω_0 i Q_0 mogą być wyznaczone w oparciu o pomiary.

7.3.2. Reflektancja rezonatora

Wygodną formą opisu właściwości rezonatora sprzężonego odbiciowo jest podanie zależności jego współczynnika odbicia od częstotliwości. Współczynnik odbicia $\Gamma(f)$ rezonatora można określić w płaszczyźnie zwarcia przy odstrojeniu przy pomocy zredukowanej admitancji y_r :

$$\Gamma = \frac{1 - y_r}{1 + y_r};\tag{7-28}$$

Do zależności (7-28) należy wprowadzić admitancję y_r , opisaną przez (7-27), a następnie wprowadzić nową zmienną α , nazywaną znormalizowaną częstotliwością albo parametrem odstrojenia:

$$\alpha = Q_L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \cong 2Q_L \frac{\delta\omega}{\omega_0}; \tag{7-29}$$

W rezonansie, gdy α = 0:

$$\Gamma(\alpha = 0) = \Gamma_0 = \frac{\beta - 1}{\beta + 1};$$
(7-30)

Można teraz zapisać zależność $\Gamma(\alpha)$:

$$\Gamma(\alpha) = -1 + \frac{D}{1+j\alpha}; \quad gdzie \ D = \frac{2\beta}{1+\beta}; \tag{7-31}$$



Rys. 7.5. Okręgi współczynnika odbicia $\Gamma(f)$ rezonatora włączonego odbiciowo na płaszczyźnie zespolonej. **A)** Położenie okręgów dla różnych współczynników sprzężenia. **B)** Okrąg $\Gamma(\alpha)$ na płaszczyźnie zespolonej współczynnika odbicia.

Parametr *D* jest wielkością rzeczywistą i dodatnią, odpowiada średnicy okręgu $\Gamma(\alpha)$, przy czym średnica wykresu Smitha na płaszczyźnie współczynnika odbicia jest równa 2. Okrąg taki pokazano na rys. 7.5B wraz z graficzną konstrukcją umożliwiającą znalezienie Γ dla danej wartości α . Zauważmy, że okrąg admitancji pokrywa się z okręgiem stałej konduktancji $1/\beta$.

Obraz okręgu reflektancji na wykresie Smitha dużo mówi o parametrach rezonatora, współczynniku sprzężenia, płaszczyźnie odniesienia, innych rezonansach itp. Występujące często straty w obwodzie sprzężenia powodują przesunięcie okręgu $\Gamma(\alpha)$ do wnętrza okręgu $|\Gamma| = 1$.

7.4. Rezonator włączony transmisyjnie

7.4.1. Obwód zastępczy

Rezonator mikrofalowy może być sprzężony z dwiema takimi samymi, lub różnymi prowadnicami. Rezonator staje się wtedy dwuwrotnikiem i mówimy, że jest włączony transmisyjnie. Na rys. 7.6A pokazano strukturę prostopadłościennego rezonatora falowodowego, sprzężonego z dwoma falowodami. Utworzono w ten sposób dwuwrotnik. Jak wspomniano w poprzednim punkcie zmieniając częstotliwość sygnału wejściowego w szerokich granicach można wzbudzić w objętości kolejne mody wokół odpowiadających im częstotliwości rezonansowych. Rezonatory konstruowane są zwykle do pracy w jednym określonym modzie.



Rys. 7.6. Rezonator włączony transmisyjnie do toru. **A)** Rezonator falowodowy, prostopadłościenny, sprzężony z dwoma falowodami. **B)** Charakterystyka $|S_{21}|^2$ mocy transmitowanej przez rezonator.

Ten sposób włączenia rezonatora charakteryzuje się tym, że przesyłanie mocy miedzy wrotami odbywa się jedynie w przypadku pobudzenia rezonatora, to znaczy w sąsiedztwie częstotliwości rezonansowej. Rezonator transmisyjny charakteryzuje krzywa transmisji mocy wokół wybranej częstotliwości rezonansowej. Przykład takiej krzywej pokazano na rys. 7.6B. Jest to typowy kształt krzywej rezonansowej, przedstawiony wcześniej na rys. 7.1C. Z przebiegu krzywej można w oczywisty sposób znaleźć częstotliwość rezonansową f_0 i dobroć $Q_L = f_0/\Delta f$.

Do opisania zachowania rezonatora mogą być użyte dwa typy obwodów zastępczych: z obwodami RLC szeregowymi i równoległymi. Przyjmując, że dla każdego modu wprowadzimy jeden obwód RLC, to pełny obwód zastępczy staje się złożony i mało przejrzysty.

Ograniczając rozważania do pasma częstotliwości wokół wybranej częstotliwości rezonansowej, można uprościć obwód zastępczy do postaci pokazanej na rys. 7.7A lub rys. 7.7B. Należy mieć na uwadze, że w obu przypadkach położenia płaszczyzn odniesienia są różne. W przypadku obwodu równoległego są to płaszczyzny zwarcia przy odstrojeniu, a w przypadku obwodu szeregowego płaszczyzny rozwarcia przy odstrojeniu. Obwód

zastępczy między dowolną parą płaszczyzn odniesienia jest bardzo złożony i przez to nieużyteczny.

Wybierając obwód równoległy GLC i transformując na stronę rezonatora obciążenia z obu prowadnic falowych otrzymujemy najprostszy obwód zastępczy z rys. 7.4C. Służy tylko do określenia współczynników sprzężenia, gdyż przestał być dwuwrotnikiem.



Rys. 7.7. Obwody zastępcze rezonatora sprzężonego transmisyjnie. **A)** Obwód rezonansowy równoległy. **B)** Obwód rezonansowy szeregowy.

Rezonator włączony transmisyjnie sprzężony jest z dwiema prowadnicami falowymi, dlatego należy zdefiniować dwa współczynniki sprzężenia, zwykle różnej wartości.

$$\beta_1 = \frac{Y_{01}}{n_1^2 G}; \qquad \beta_2 = \frac{Y_{02}}{n_2^2 G}; \tag{7-32}$$

Dobrocie własną Q_0 i całkowitą Q_L definiujemy tradycyjnie:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 C}{G}; \qquad Q_L = \frac{Q_0}{1 + \beta_1 + \beta_2};$$
 (7-33)

7.4.2. Macierz rozproszenia rezonatora transmisyjnego

Właściwości rezonatora włączonego transmisyjnie, który jest dwuwrotnikiem odwracalnym, opisuje w sąsiedztwie wybranej częstotliwości rezonansowej jednoznacznie jego macierz rozproszenia:

$$[S] = \begin{bmatrix} R_1 & T \\ T & R_2 \end{bmatrix};$$
(7-34)

Transmitancja T jest prostą funkcją znormalizowanej częstotliwości α :

$$T = \frac{T_0}{1 + j\alpha};$$
 gdzie $T_0 = \frac{2\sqrt{\beta_1 \beta_2}}{1 + \beta_1 + \beta_2};$ (7-35)



Rys. 7.8. Okręgi współczynników macierzy rozproszenia rezonatora włączonego transmisyjnie. **A)** Okrąg transmitancji. **B)** Okręgi reflektancji.

We wzorze (7-35): $\alpha = 2Q_L \delta \omega / \omega_0$. Transmisja mocy w rezonansie określona jest wartością T_0 zależną od współczynników sprzężenia z prowadnicami.

Reflektancje R_1 i R_2 zapisują się w sposób identyczny jak dla rezonatora sprzężonego odbiciowo (wzór (7-31)):

$$R_1 = -1 + \frac{D_1}{1 + j\alpha}; \qquad R_2 = -1 + \frac{D_2}{1 + j\alpha};$$
 (7-36)

Średnice okręgów reflektancji i transmitancji zapisane są zależnościami (7-37):

$$D_1 = \frac{2\beta_1}{1+\beta_1+\beta_2}; \qquad D_2 = \frac{2\beta_2}{1+\beta_1+\beta_2}; \qquad T_0 = \sqrt{D_1 D_2}; \tag{7-37}$$

Położenie okręgów transmitancji i reflektancji pokazano na rys. 7.8A i rys. 7.8B.

7.5. Rezonator włączony reakcyjnie

7.5.1. Obwód zastępczy

Na rys. 7.9A pokazano rezonator dielektryczny wykonany z materiału o dużej wartości przenikalności elektrycznej w postaci walca, umieszczonego w pobliżu linii mikropaskowej. Pole elektryczne w tej linii może pobudzić rezonator, o ile częstotliwość sygnału fali w linii zbliżona jest do częstotliwości rezonansowej rezonatora. Ten typ sprzężenia nazywamy reakcyjnym.

Rezonatory włączone transmisyjnie i reakcyjnie są dwuwrotnikami, różni je zachowanie w rezonansie i daleko od rezonansu. Poza niewielkim pasmem w sąsiedztwie częstotliwości rezonansowej rezonator transmisyjny odbija moc padającą, nic z tej mocy nie pojawia się na wyjściu. Natomiast w rezonansie, po pobudzeniu rezonatora, część mocy transmitowana jest do wyjścia.



Rys. 7.9. *Rezonator dielektryczny sprzężony reakcyjnie.* **A)** *Rezonator w sąsiedztwie paska linii mikropaskowej.* **B)** *Charakterystyki mocy transmitowanej i odbitej od rezonatora.*

Dwuwrotnik z rezonatorem sprzężonym reakcyjnie zachowuje się inaczej. Daleko od częstotliwości rezonansowej obecność rezonatora sprzężonego reakcyjnie nie zakłóca przepływu sygnału w linii mikropaskowej. W paśmie częstotliwości wokół częstotliwości rezonansowej w objętości rezonatora zostaje wzbudzone pole EM. Część mocy propagowanej w linii zostaje odbita (P_R), część tracona jest w materiale rezonatora i tylko część (P_T) transmitowana jest do portu wyjściowego. Natomiast poza rezonansem obecność rezonatora dielektrycznego nie zaburza przepływu fali w linii, transmisja jest pełna. Dlatego struktury obwodów zastępczych rezonatorów: transmisyjnego i reakcyjnego są różne.

Na rys. 7.9B pokazano zależności stosunków mocy transmitowanej P_T/P i odbitej P_R/P od częstotliwości. Obwody zaprezentowane na rys. 7.10A i rys. 7.10B odpowiadają tym przebiegom.





W konkretnym przypadku jest sprawą wygody, który z obwodów zastępczych: szeregowy czy równoległy wybierzemy do analizy. Jednakże pamiętajmy, że jest między nimi różnica polegająca na tym, że płaszczyzny odniesienia, między którymi wpisano obwód rezonansowy, są różne dla obwodu szeregowego i równoległego.

Parametry rezonatora włączonego reakcyjnie do obwodu związane są z elementami obwodu zastępczego z rys. 7.10B, zgodnie z zależnościami (7-38):

$$\beta = \frac{Y_0}{2G}; \qquad Q_0 = \frac{\omega_0 C}{G}; \qquad Q_L = \frac{Q_0}{1+\beta};$$
 (7-38)

7.5.2. Macierz rozproszenia rezonatora włączonego reakcyjnie

Rezonator włączony reakcyjnie jest dwuwrotnikiem symetrycznym i można dla niego określić macierz rozproszenia w następującej formie:

$$[S] = \begin{bmatrix} R & T \\ T & R \end{bmatrix};$$
(7-39)



Rys. 7.11. Współczynniki macierzy rozproszenia rezonatora sprzężonego reakcyjnie. **A)** Okrąg reflektancji $R(\alpha)$. **B)** Okrąg transmitancji $T(\alpha)$.

Obie reflektancje rezonatora reakcyjnego są sobie równe. Można je opisać zależnością (7-40):

$$R = \frac{R_0}{1+j\alpha}; \qquad R_0 = \frac{\beta}{1+\beta};$$
 (7-40)

Transmitancja T opisana jest wzorem (7-41):

$$T = 1 - \frac{1 - T_0}{1 + j\alpha}; \qquad T_0 = \frac{1}{1 + \beta}; \tag{7-41}$$

Reflektancja R i transmitancja T związane są prostą zależnością:

$$R + T = 1;$$
 (7-42)

Na płaszczyźnie zespolonej reflektancja R i transmitancja T opisane są okręgami o tych samych rozmiarach, ale zaczepionych w innych punktach, co pokazano na rys. 7.11.

7.6. Przegląd konstrukcji rezonatorów

7.6.1. Rezonatory współosiowe

Rezonator ćwierćfalowy jest odcinkiem linii współosiowej zwartym na jednym końcu, a na drugim rozwartym. Jego strukturę pokazano na rys. 7.12A. Koniec rozwarty przechodzi zwykle w cylindryczny falowód podkrytyczny, aby promieniowanie fali elektromagnetycznej nie powiększało strat rezonatora. Dla takiej struktury warunek rezonansu zapisuje się następująco:

$$l = \frac{\lambda_{fn}}{4} + n \frac{\lambda_{fn}}{2}; \qquad n = 0, 1, 2, ...;$$
(7-43)

Dla n = 0 częstotliwość rezonansowa jest najmniejsza. Kolejne częstotliwości rezonansowe obliczyć można ze wzoru (7-44):

$$f_{0n} = \frac{v_f}{4l}(1+2n);$$
 $n = 0, 1, 2, ...;$ (7-44)

Na rys. 7.12A pokazano rozkład natężenia pola elektrycznego dla modu podstawowego i kolejnego. Wzdłuż osi rezonatora odkłada się całkowita, nieparzysta liczba ćwiartek fali.





Pobudzanie rezonatora współosiowego należy zaprojektować w taki sposób, aby wzbudzić żądany mod pola EM bez wzbudzenie modów niepożądanych. Realizuje się to następująco:

✓ sondą / antenką umieszczoną w maksimum pola elektrycznego,

✓ pętlą umieszczoną w maksimum pola magnetycznego.

Praktyczne rozwiązanie pokazuje rys. 7.12. Obydwa rezonatory pobudzane są liniami współosiowymi zakończonych pętlami. Pętle umieszczono przy zwarciu, w miejscu, w którym pole magnetyczne jest najsilniejsze. Dobierając rozmiary pętelek można zmieniać stopień sprzężenia rezonatora.

Rezonator ćwierćfalowy można przestrajać w prosty sposób w szerokich granicach, wysuwając przewód wewnętrzny.

Rezonator półfalowy jest odcinkiem linii współosiowej zwartej na obu końcach – rys. 7.12B. Rezonator taki może być częściowo, lub całkowicie wypełniony dielektrykiem. Warunek rezonansu dla takiego rezonatora zapisuje się następująco:

$$l = n \frac{\lambda_{fn}}{2};$$
 $n = 1, 2, 3, ...;$ (7-45)

Najmniejszą, podstawową częstotliwość rezonansową f_{01} otrzymujemy dla n = 1. Kolejne częstotliwości rezonansowe są wielokrotnościami podstawowej:

$$f_{0n} = n \frac{v_f}{2l}; \qquad n = 1, 2, 3, ...;$$
 (7-46)

Na rys. 7.12B przedstawiono strukturę i wymiary rezonatora półfalowego. Obok pokazano rozkład pola elektrycznego wzdłuż osi rezonatora dla pierwszych dwóch modów. Pole elektryczne zanika w miejscu umieszczenia zwarcia. Warunek rezonansu oznacza, że wzdłuż osi rezonatora odkłada się całkowita liczba połówek fali.

Rezonatory współosiowe są chętnie używane w zakresie fal decymetrowych i metrowych. Dla częstotliwości poniżej 1000 MHz rozmiary rezonatora półfalowego stają się stosunkowo duże. Poszukując rozwiązania problemu, skonstruowano rezonator helikalny, który powstał przez zastąpienie przewodu wewnętrznego linią spiralną. Zwinięcie przewodu wewnętrznego linii powoduje zmniejszenie długości fali i skrócenie rezonatora. W nowszych rozwiązaniach stosuje się wypełnienie linii współosiowej materiałem dielektrycznym o dużej względnej przenikalności.

7.6.2. Rezonatory falowodowe

Rezonator prostopadłościenny utworzony jest na bazie falowodu prostokątnego. Odcinek takiego falowodu o rozmiarach *a* i *b* jest zamknięty dwiema metalowymi ściankami umieszczonymi w odległości *l* od siebie, co pokazano na rys. 7.13A. Dla takiej struktury możliwe jest rozwiązanie równań Maxwella dla określonych rozmiarami warunków brzegowych rezonatora. Rozwiązaniem są dwie rodziny modów rezonansowych, które są pochodnymi dwóch rodzin modów propagowanych w falowodzie prostokątnym.

Charakterystyczna dla modów TE_{mnp} jest ich jest składowa H_Z . Otrzymano dla nich następujące rozwiązanie:

$$H_z = H_{0z} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right);$$
(7-47)

 $gdzie: m = 0, 1, 2, 3, \ldots; n = 0, 1, 2, 3, \ldots; p = 1, 2, 3, \ldots$

Dla modów TM_{mnp} charakterystyczna jest składowa E_Z . Otrzymano dla nich następujące rozwiązanie:

$$E_z = E_{0z} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right);$$
(7-48)

gdzie: m = 1, 2, 3, ...; n = 1, 2, 3, ...; p = 0, 1, 2, 3, ...

Wskaźniki m, n, p oznaczają liczbę połówek fal odkładających się wzdłuż boków a, b i l.

Częstotliwości rezonansowe obliczamy ze wzoru (7-49):

$$f_{0mnp} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2};$$
(7-49)



Rys. 7.13. Struktury wybranych rezonatorów falowodowych. **A)** Rezonator prostopadłościenny – kształt i rozmiary. **B)** Rezonator cylindryczny w rodzaju TE₀₁₁ sprzężony transmisyjnie z falowodami prostokątnymi, przestrajany ruchomym denkiem.

Materiał wypełniający rezonator ma parametry: $\mu = \mu_r \mu_0$; oraz $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$. Wpływają one w istotnym stopniu na wartość częstotliwości rezonansowej, gdyż:

$$\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}; \qquad \mu = \mu_r\mu_0; \qquad \varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 \tag{7-50}$$

W idealnym przypadku, gdy nie ma strat w ściankach metalowych i w dielektryku, gdy rezonator jest idealnym prostopadłościanem, pole EM może być wzbudzone tylko dla ciągu dyskretnych wartości f_{0mnp} . W rzeczywistych rezonatorach ze stratami można wzbudzić pole także wokół częstotliwości f_{0mnp} . Im większa dobroć, tym węższe jest pasmo wzbudzenia

Dla rezonatora prostokątnego o bokach oznaczonych zgodnie z warunkiem b < a < l, podstawowym rodzajem rezonansowym o najmniejszej częstotliwości jest mod TE_{101} . Rozkład pola EM dla rodzaju TE_{201} jest podobny, gdyż dwukrotnie powtórzony.

W wielu przypadkach istnieje konieczność przestrojenia rezonatora prostokątnego. Można to realizować mechanicznie kilkoma sposobami, przez:

- zmianę długości l (jedno z denek musi być ruchome),
- \checkmark wsuwanie kołka dielektrycznego o dużym ε_r , co powoduje zmniejszenie f_0 ,

 \checkmark wsuwanie kołka metalowego i zmianę objętości, wtedy f_0 rośnie.

Rezonator cylindryczny powstaje na bazie falowodu cylindrycznego, zamkniętego dwiema metalowymi ściankami w odległości *l*. Przykład konstrukcji rezonatora z falowodem cylindrycznym pracującym w modzie TE_{011} pokazano na rys. 7.13B.

Dla struktury cylindrycznej możliwe jest rozwiązanie równań Maxwella dla określonych rozmiarami warunków brzegowych rezonatora. Także w tym przypadku otrzymano dwie rodziny modów rezonansowych, opartych na dwóch rodzinach modów propagowanych w falowodzie prostokątnym:

 \checkmark mody *TE_{nmp}*, charakterystyczną dla nich jest składowa *H_Z*;

 \checkmark mody TM_{nmp} , charakterystyczną dla nich jest składowa E_Z .

Rezonator cylindryczny pracujący w modzie TE_{011} , a w ogólności TE_{01n} , znalazł wiele interesujących zastosowań. W szczególności chętnie był stosowany w falomierzach wnękowych, elementach do pomiaru długości fali czy też częstotliwości sygnałów mikrofalowych. Rezonatory pracujące w tym modzie mają dużą dobroć i stosunkowo łatwo je przestrajać ruchomym denkiem, które nie musi stykać się z powierzchnią walca. Szczelina między denkiem a powierzchnią walca nie przeszkadza wzbudzeniu się modu TE_{011} , gdyż nie przecina kierunku przepływu prądów powierzchniowych, natomiast utrudnia wzbudzenie innych modów. Konstrukcję tak zaprojektowanego falomierza pokazano na rys. 7.13B. Powierzchnie wewnętrzne rezonatora są dokładnie polerowane i często złocone, aby poprawić dobroć rezonatora.

Konstruktorzy rezonatorów starają się zwykle uzyskać jak największe wartości dobroci. Dyskusję czynników wpływających na dobroć można przeprowadzić na przykładzie rezonatorów falowodowych.

Kształt rezonatora falowodowego wpływa na wartość dobroci. Można udowodnić, że im większy jest stosunek objętości rezonatora do jego powierzchni, tym większą dobroć Q_0 można uzyskać. Wypływa z tego wniosek, że największą wartość dobroci rezonatora prostokątnego uzyskamy dla sześcianu, a gdy nie jesteśmy ograniczeni typem falowodu – dla rezonatora kulistego.

Dobrocie rezonatorów falowodowych Q_0 zmieniają się także od modu do modu. Ogólna zasada mówi, że ze wzrostem wskaźników n, m i p rośnie dobroć Q_0 .

Metal, z którego wykonany jest rezonator falowodowy w znacznym stopniu determinuje jego dobroć. Prąd w ściankach metalowych płynie jedynie w cienkiej warstwie przy powierzchni, gdyż występuje efekt naskórkowy, który ogranicza głębokość wnikania δ_S [m]:

$$\delta_{S[m]} = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu_r \mu_0 \sigma f}};\tag{7-51}$$

Tutaj $\mu = \mu_r \mu_0$ jest przenikalnością magnetyczną metalu, a σ [S/m] jest przewodnością metalu. W rezultacie rezystancja powierzchniowa R_s rośnie z częstotliwością:

$$R_{S[\Omega/\text{kwadrat}]} = \frac{1}{\sigma \delta_S};$$
(7-52)

Wartość rezystancji powierzchniowej R_S wpływa istotnie na wartość całkowitej dobroci. Jej wpływ reprezentuje $Q_{0met.}$

$$Q_{0met} \approx \frac{1}{R_S} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{f}};$$
 (7-53)

Z tego powodu ścianki poleruje się, aby zmniejszyć rozwinięcie powierzchni, pokrywa się dobrze przewodzącymi metalami: złotem, srebrem. Oczywiście rezonatory wykonane z nadprzewodników osiągają największe dobrocie dochodzące do 100 milionów.

Dielektryk wypełniający rezonator ma także wpływ na wartość Q_0 . Straty dielektryka charakteryzuje wartość tg δ , definiowana dobrze znaną zależnością na przenikalność dielektryka: $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon_r \varepsilon_0 (1 - j t g \delta)$.

Zależność (7-54) pokazuje, że zarówno straty mocy w ściankach metalowych, jak w samym materiale dielektrycznym powodują zmniejszenie dobroci Q_0 .

$$\frac{1}{Q_{0nmp}} = \frac{1}{Q_{0met}} + \frac{1}{Q_{0diel}} = \frac{1}{Q_{0met}} + \text{tg}\delta;$$
(7-54)

7.6.3. Rezonatory mikropaskowe

Rezonatory można także wykonywać na bazie linii mikropaskowej. Ze względu na konieczność użycia dielektryka linia mikropaskowa ma stosunkowo duże straty. W przypadku rezonatorów i filtrów także straty na promieniowanie zaczynają odgrywać istotną rolę. Dlatego nie należy oczekiwać dużych dobroci tak realizowanych rezonatorów (zwykle $Q_0 < 1000$). Jednakże w wielu przypadkach użycie tego typu prowadnicy jest konieczne.

Najprostszą strukturę tworzy odcinek linii mikropaskowej o długości *l*, rozwarty na obu końcach, który jest rezonatorem półfalowym. Warunek rezonansu zapisze się następująco:

$$l = n \frac{\lambda_f}{2};$$
 $n = 1,2,3...;$ (7-55)

Na rys. 7.14A pokazano najprostszy przypadek rezonatora półfalowego, sprzężonego z dwiema prowadnicami falowymi. Stopień sprzężenia można regulować, dobierając szerokość szczeliny i długości odcinków równoległych do rezonatora.



Rys. 7.14. Przykłady struktur obwodów rezonansowych, wykonanych na bazie linii mikropaskowej. **A)** Rezonator półfalowy sprzężony transmisyjnie z liniami mikropaskowymi. **B)** Rezonator pierścieniowy sprzężony transmisyjnie z liniami mikropaskowymi.

Rezonator pierścieniowy utworzony jest przez zamknięty odcinek linii mikropaskowej, jak pokazano na rys. 7.14B. Fale propagowane są w obie strony, dlatego czasami struktura taka nazywana jest rezonatorem z falą bieżącą. Warunek rezonansu zapisuje się wzorem:

$$2\pi r = n\lambda_f; \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$
 (7-56)

W tym przypadku rezonator włączony jest transmisyjnie, gdyż jego struktura wraz z dwoma prowadnicami tworzy symetryczny dwuwrotnik.

Rezonator pierścieniowy można także budować, wykorzystując inne typy prowadnic falowych: np. falowód prostokątny.

7.6.4. Rezonatory dielektryczne

Miniaturyzacja układów mikrofalowych wykonywanych w technologiach planarnych uniemożliwia wykorzystanie rezonatorów falowodowych o dużych dobrociach. Ponieważ rezonatory wykonane na bazie linii mikropaskowej nie osiągają dużych dobroci, to poszukiwano innych rozwiązań. Takim rozwiązaniem stał się rezonator dielektryczny, który jest dyskiem wykonanym z dielektryka o dużej przenikalności elektrycznej ε_r , od 30 do 100. Struktura rezonatora jest całkowicie otwarta i nie ma żadnej ścianki metalowej.

Rezonator dielektryczny jest strukturą wielomodową. Podstawowym modem rezonansowym jest $TE_{01\delta}$. Duża rozmaitość wyższych modów utrudnia ich kontrolę. Dobrocie własne Q_0 rezonatorów są stosunkowo duże, w granicach od 3000 do 8000. Rezonator dielektryczny dobrze sprzęga się z linią mikropaskową – rys. 7.15A i B. Pole magnetyczne otaczające pasek wnika do obszaru rezonatora i wzbudza pole elektryczne. Oczywiście wzbudzenie jest możliwe tylko wokół częstotliwości rezonansowej.

Właściwości rezonatora można opisać obwodem zastępczym. Obwód z rezonatorem dielektrycznym jest symetrycznym dwuwrotnikiem, przy czym daleko od rezonansu obecność rezonatora nie ma wpływu na warunki transmisji. W tym przypadku możliwe są dwa warianty obwodu: równoległy obwód zastępczy włączony do linii transmisyjnej szeregowo lub szeregowy obwód rezonansowy włączony równolegle. Oba przypadki pokazano na rys. 7.15C i 7.15D. Należy odnotować, że położenia płaszczyzn odniesienia dla obu przypadków są różne.

W niektórych przypadkach konieczne jest przestrojenie rezonatora dielektrycznego. Stosowane jest wtedy ruchome metalowe denko ograniczające obszar wzbudzenia pola magnetycznego i przez zmianę jego odległości od rezonatora można przestrajać go mechanicznie w granicach 1-3%.



Rys. 7.15. Rezonator dielektryczny. A) Rezonator dielektryczny sprzężony z linią mikropaskową.
 B) Pobudzenie pola magnetycznego w rezonatorze dielektrycznym. C) Równoległy obwód zastępczy rezonatora włączony szeregowo. D) Szeregowy obwód zastępczy rezonatora włączony równolegle.

Wielką zaletą rezonatorów dielektrycznych jest możliwość stabilizacji termicznej ich częstotliwości rezonansowej. Częstotliwość rezonansowa rezonatora, w ogólnym przypadku, jest funkcją jego rozmiarów: średnicy *D* i wysokości *L* oraz przenikalności elektrycznej ε dielektryka, z którego jest zrobiony – zależność (7-57).

$$f_0 = f_0[L(T), D(t), \varepsilon_r(T)];$$
(7-57)

Zwykle wraz z temperaturą rosną liniowo rozmiary rezonatora, a jego częstotliwość rezonansowa maleje, gdyż $f_0 \approx L^{-1}$. Wzrost przenikalności względnej ε_r powoduje także malenie częstotliwości, gdyż $f_0 \approx \varepsilon_r^{-1/2}$. Jednakże znane są materiały dielektryczne, wśród których wartość pochodnej $d \varepsilon_R / dT$ można dobierać dodatnią "+" lub ujemną "–". W rezultacie zmiany przenikalności ε_r mogą kompensować zmiany wymiarów rezonatora i częstotliwość rezonansowa rezonatora dielektrycznego może być niezależna od temperatury w pewnym zakresie zmian.

Rezonatory dielektryczne stosowane są m.in. do stabilizacji częstotliwości oscylatorów wykonanych w technologii MMIC oraz w realizacji wieloobwodowych miniaturowych filtrów mikrofalowych.

7.6.5. Rezonatory ferrimagnetyczne

Rezonator ferrimagnetyczny jest miniaturową kulką monokryształu granatu żelazowo-itrowego (ang. *Ytrium Iron Garnet* – YIG), o średnicy w granicach 0,5-1,5 mm. Kulka ta zamocowana jest na pręciku dielektrycznym i umieszczona w skrzyżowanych polach magnetycznych: stałym H_0 i zmiennym H. Rezonans ma miejsce, gdy częstotliwość pola zmiennego jest równa częstotliwości własnej precesji momentów magnetycznych monokryształu.



Rys. 7.16. *Rezonator ferrimagnetyczny YIG.* **A)** *Rezonator w polu elektromagnesu z pętlą sprzęgającą go z linią mikropaskową.* **B)** *Obwód zastępczy rezonatora YIG.*

Częstotliwość precesji zmienia się przez zmianę natężenia stałego pola magnetycznego, zgodnie z zależnością (7-58).

$$f_o = \gamma H_0; \tag{7-58}$$

We wzorze stała y jest współczynnikiem żyromagnetycznym.

Na rys. 7.16A pokazano sposób umieszczenia kulki monokryształu między nabiegunnikami elektromagnesu. Kulkę otacza pętla wykonana z cienkiego przewodu metalowego, czasami tasiemki metalowej. Pętla pobudzona jest sygnałem mikrofalowym, gdyż jest zwarciem linii mikropaskowej.

Obwód zastępczy tak umieszczonego rezonatora pokazano na rys. 7.16B. Sam rezonator sprzężony jest odbiciowo, a indukcyjność szeregowa L_s reprezentuje indukcyjność pętli. Dobrocie rezonatorów ferrimagnetycznych Q_0 mieszczą się w granicach 1000-3000. W praktycznych rozwiązaniach sprzęgane są z linią silnie nadkrytycznie i ich dobroć całkowita Q_L jest wtedy istotnie mniejsza, w granicach 200-800.

Unikalną zaletą rezonatorów YIG jest możliwość ich szerokopasmowego przestrajania elektrycznego przez zmianę natężenia H_0 stałego pola magnetycznego, czyli przez zmianę prądu cewki elektromagnesu. Zakres przestrajania f_{max}/f_{min} może dochodzić do 4. Ta właściwość pozwala na konstrukcję szerokopasmowych oscylatorów mikrofalowych.

7.6.6. Rezonatory Fabry'ego-Perota

Na falach milimetrowych i submilimetrowych rezonatory wnękowe tracą dobroć, gdyż jak pamiętamy, $Q_0 \sim f^{-1/2}$. Do pewnych zastosowań można używać rezonatory Fabry'ego– Perota (F-P). Rezonator ten tworzą dwa zwierciadła sferyczne o promieniach R_1 i R_2 – rys. 7.17B. Jedno zwierciadło można zastąpić płaszczyzną metalową.



Rys. 7.17. Rezonatory Fabry'ego–Perota. **A)** Rezonator F-P z płaskimi zwierciadłami. **B)** Rezonator F-P ze zwierciadłami cylindrycznymi, sprzężony z falowodem.

Rezonator na rys. 7.17A utworzony jest przez dwie płaszczyzny metalowe pełniące funkcje zwierciadeł. Między nimi rozchodzi się fala płaska TEM, dla której składowa poprzeczna natężenia pola elektrycznego *Ex* opisana jest zależnością (7-59).

$$E_x = E_0 \sin \frac{2\pi z}{\lambda}; \tag{7-59}$$

Warunek rezonansu wynika z konieczności spełnienia warunków brzegowych, zapisanych następująco:

$$E_x(z=0) = E_x(z=d) = 0;$$
 (7-60)

Warunek ten jest spełniony, jeśli odległość *d* między płaszczyznami równa jest wielokrotności połowy fali λ . Liczba n połówek fali może w pasmach fal milimetrowych dochodzić do kilkuset. Częstotliwość rezonansową obliczamy ze wzoru (7-61).

$$f_{0n} = \frac{nc}{2d};$$
 (7-61)

Fala wzbudzona w objętości między dwiema płaszczyznami będzie wypływać na zewnątrz. Aby zapobiec promieniowaniu, płaszczyzny zastępuje się kulistymi zwierciadłami. Warunek stabilności dla takiego rezonatora jest następujący:

$$0 \le \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \le 1;$$
 (7-62)

Zwykle $d/R_1 = d/R_2 \cong 0.6$ lub $\cong 1.4$.

Rezonatory Fabry'ego–Perota mają duże dobrocie, rzędu 100 000 i więcej, ze względu na duży stosunek objętości do powierzchni zwierciadeł metalowych.

7.7. Parametry filtrów

7.7.1. Podstawowe wiadomości

Jednym z ważniejszych problemów przetwarzania sygnałów w procesie nadawania i odbioru jest ich filtrowanie, czyli proces selektywnej transmisji. W procesie tym faworyzowane są sygnały z wybranego pasma częstotliwości. Sygnały te powinny być transmitowane z możliwie najmniejszymi stratami mocy. Wszystkie inne sygnały powinny zostać usunięte, co w praktyce oznacza ich znaczne wytłumienie.

W pierwszych punktach tego rozdziału opisano właściwości obwodów rezonansowych. Zwrócono uwagę na ich selektywne charakterystyki transmisji i odbicia sygnałów. Obwody rezonansowe, a w praktyce rezonatory, są często stosowane w procesach selektywnej transmisji. Ważnym parametrem tych obwodów staje się wtedy ich dobroć.

Okazało się, że charakterystyczny kształt krzywych rezonansowych nie spełnia wymagań obwodowych. Pasmo transmisji jest zbyt małe, by zmieścić wszystkie składowe sygnałów silnie zmodulowanych, co pokazano na rys. 7.18B. Zmniejszeniu dobroci towarzyszy poszerzenie pasma, ale wtedy niechciane sygnały nie są należycie tłumione. Poza tym pojawiła się potrzeba transmisji sygnałów stosunkowo małej częstotliwości, począwszy od składowej stałej, przy usunięciu wszystkich składników z wyższych pasm częstotliwości. Przyrządy pełniące taką funkcję nazywamy filtrami dolnoprzepustowymi.

Obwody filtrów tworzone są z kilku par elementów *LC*. Przykłady takich obwodów pokazano dalej, na rys. 7.21. Opracowując zasady projektowania filtrów, postanowiono zrealizować dwa zasadnicze cele. Pasmo pracy filtru może być określone według potrzeb, a charakterystyka transmisji może mieć odpowiednio strome zbocza, jeśli to konieczne. Teoria projektowania filtrów umożliwia realizację obu celów.

(7 (2))



Rys. 7.18. Filtr w obwodzie elektrycznym. **A)** Filtr opisany macierzą rozproszenia [S] między generatorem a obciążeniem. **B)** Porównanie charakterystyk transmisji filtru jednoobwodowego i trójobwodowego.

Filtr włączony jest zwykle między generatorem a obciążeniem w sposób pokazany na rys. 7.18A. Zgodnie z oznaczeniami P_G jest mocą dysponowaną źródła, P_L jest mocą absorbowaną przez obciążenie, P_R jest mocą powracającą do źródła, P_A jest mocą pochłoniętą przez filtr i obciążenie. Dla filtru zbudowanego z elementów bezstratnych $P_L = P_A$, a zależności mocy można zapisać prostym równaniem:

$$P_G = P_R + P_L;$$

Właściwości filtru jako bezstratnego dwuwrotnika opisuje macierz rozproszenia [S]. Transmisja mocy T filtru umieszczonego między generatorem i obciążeniem, związana jest z jego transmitancją S_{21} zależnością (7-64):

$$T = |S_{21}|^2 = \frac{P_L}{P_G}; (7-64)$$

Rozważania teoretyczne doprowadziły do konkluzji, że zwiększenie liczby elementów *L* i *C* w obwodzie przy zachowaniu ich bezstratności komplikuje wprawdzie wyrażenie na transmitancję S_{21} , ale zachowana zostaje ogólna forma przedstawionej niżej zależności (7-65). Analiza wykazała, że można wprowadzić znormalizowaną pulsację Ω . Przyjęto, że $\Omega = 1$ dla częstotliwości, przy której transmitancja przyjmuje charakterystyczną wartość. $N(j\Omega)$ i $D(j\Omega)$ są w tej zależności wielomianami zmiennej $j\Omega$.

$$S_{21}(j\Omega) = \frac{N(j\Omega)}{D(j\Omega)};$$
(7-65)

W wielu przypadkach właściwości filtru przedstawiane są w postaci charakterystyki strat wtrąconych przez filtr $L_{A[dB]}(\Omega)$, definiowanych zgodnie z zależnością (7-66).

$$L_{A[dB]}(\Omega) = 10\log\left(\frac{1}{|S_{21}(j\Omega)|^2}\right);$$
(7-66)

7.7.2. Charakterystyki filtrów

Jak wspomniano wyżej, filtry pasywne (istnieją też filtry aktywne) są dwuwrotnikami zawierającymi elementy skupione (indukcyjności, pojemności) oraz odcinki prowadnic falowych o dobranej topologii, skonstruowane tak, aby przepuszczać – możliwie bez tłumienia – sygnały w wybranym paśmie częstotliwości, a tłumić silnie sygnały poza tym pasmem.



Rys. 7.19. *Podstawowe charakterystyki filtrów.* **A)** *Filtr dolnoprzepustowy.* **B)** *Filtr górnoprzepustowy.* **C)** *Filtr środkowoprzepustowy.* **D)** *Filtr środkowozaporowy.*

Filtry dzielimy ze względu na pełnioną w obwodzie funkcję na następujące grupy:

- ✓ dolnoprzepustowe,
- ✓ górnoprzepustowe,
- ✓ środkowoprzepustowe,
- ✓ środkowozaporowe.

Pokazane na rys. 7.19 charakterystyki podstawowych rodzajów filtrów wyjaśniają ich nazwy.

Badania wykazały, że istnieje wiele rozwiązań struktury elementów LC tworzących filtr, umożliwiających uzyskanie odpowiedniej charakterystyki tłumienia. Poznamy bliżej tylko dwie, najpopularniejsze z nich. Jedną z grup są filtry Butterwortha, zwane także filtrami o charakterystyce maksymalnie płaskiej. Transmisja mocy T opisana jest dla tej grupy zależnością (7-67),

$$T = |S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2n}};$$
(7-67)

We wzorze *n* jest liczbą elementów *L* i *C* wykorzystanych w filtrze. Cechą charakterystyczną tej rodziny filtrów jest to, że dla Ω = 0, (2*n*-1) pochodnych jest równe zero.

Ważnym parametrem filtru jest "stromość" jego charakterystyki w obszarze przejścia z pasma o małym tłumieniu do pasma o tłumieniu dużym. Zgodnie z teorią "stromość" charakterystyki rośnie z liczbą elementów, co potwierdza rys. 7.20A. Pokazano na nim dla filtrów dolnoprzepustowych Butterwortha charakterystyki transmisji $T_{\text{[dB]}}(\Omega)$ w decybelach, w skali logarytmicznej. Pozwala to ocenić nachylenie "zbocza" tej charakterystyki i jego zależność od liczby elementów filtru.



Rys. 7.20. Charakterystyki współczynnika transmisji $T(\Omega)$ dla głównych grup filtrów dolnoprzepustowych. **A)** Charakterystyki $T(\Omega)$ filtru Butterwortha dolnoprzepustowego dla różnej liczby elementów. **B)** Porównanie charakterystyk $T(\Omega)$ filtrów Butterwortha oraz Czebyszewa w paśmie przepustowym.

Kolejną ważną grupą są filtry o charakterystyce Czebyszewa, opisane wielomianami $T_n(\Omega)$, nazywanymi wielomianami Czebyszewa. Współczynnik transmisji $T(\Omega)$ opisuje zależność (7-68).

$$T = |S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)};$$
(7-68)

Wielomian $T_n(\Omega)$ charakteryzuje się tym, że dla zakresu pulsacji $\Omega \leq 1$ jego wartość mieści się w granicach $-1 < T_n(\Omega) < 1$, natomiast poza tym zakresem, dla $\Omega > 1$ wartość $T_n(\Omega)$ rośnie monotonicznie. W zakresie pulsacji $\Omega \leq 1$ wartość funkcji $T_n(\Omega)$ "faluje", a amplituda $L_{A[dB]}$ zafalowań może być kontrolowana. Miarą tych zafalowań jest współczynnik ε , opisany zależnością (7-69).

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{L_{A[dB]}}{10}} - 1};$$
 (7-69)

Porównanie przebiegów $T(\Omega)$ dla filtrów z charakterystykami maksymalnie płaskimi i Czebyszewa pokazano na rys. 7.30B. W wielu praktycznych przypadkach niewielkie zafalowania wartości współczynnika transmisji w paśmie przepustowym są dopuszczalne.

Wśród innych grup można wymienić filtry o charakterystyce eliptycznej i filtry o charakterystyce Gaussa. Zainteresowany Czytelnik znajdzie w tym obszarze wiele ciekawych opracowań.

7.7.3. Podstawowe struktury filtrów

Podstawową strukturę filtru dolnoprzepustowego pokazuje rys. 7.21A. Pierwszym krokiem obliczeń w procesie projektowania jest obliczenie wartości elementów L_1 , C_1 , ..., L_n , C_n tak zwanego filtru prototypu. Obliczenia wykonuje się dla zmiennych normalizowanych, dla pasma częstotliwości $\Omega = 1$, przyjmując $R_G = R_L = 1$. Rzeczywiste wartości L i C otrzymuje się po właściwym przeskalowaniu, dla rzeczywistego pasma częstotliwości i odpowiednich wartości impedancji Z_0 prowadnic falowych.

Znając elementy dolnoprzepustowego filtru prototypu, można obliczyć elementy każdego innego filtru dla określonego pasma pracy. Na rys. 7.21 pokazano struktury obwodów wszystkich czterech rodzajów filtrów.



Rys. 7.21. Podstawowe struktury filtrów. **A)** Filtr dolnoprzepustowy. **B)** Filtr górnoprzepustowy. **C)** Filtr środkowoprzepustowy. **D)** Filtr środkowozaporowy.

Łatwo dostrzec, że struktura filtru tworzy przemienny łańcuch elementów włączonych szeregowo z elementami włączonymi równolegle. W filtrze dolnoprzepustowym elementami włączonymi szeregowo są indukcyjności *L*. W filtrze górnoprzepustowym zastępują je pojemności *C*, w filtrze środkowoprzepustowym szeregowe obwody rezonansowe, a w środkowozaporowym równoległe obwody rezonansowe. Idąc dalej, drabinka pojemności w filtrze dolnoprzepustowym zostaje zastąpiona drabinką indukcyjności w filtrze górnoprzepustowym, drabinką równoległych obwodów rezonansowych w filtrze środkowoprzepustowym i drabinką szeregowych obwodów rezonansowych w filtrach środkowozaporowych. Odpowiednia zamiana elementów L i C czyni z filtru dolnoprzepustowego filtr górnoprzepustowy, a użycie obwodów rezonansowych pozwala na konstrukcje filtrów środkowoprzepustowych i środkowozaporowych.

Podsumowując można stwierdzić, że znajomość elementów filtru prototypu pozwala nie tylko obliczyć elementy rzeczywistego obwodu po przeskalowaniu, ale obliczyć także elementy trzech pozostałych rodzajów filtrów. Wartości elementów *LC* otrzymuje się z odpowiednich wzorów i po przeskalowaniu.

7.8. Przykłady realizacji filtrów

7.8.1. Linia o skokowo zmiennej impedancji

Realizacja w pasmach mikrofalowych elementów o stałych skupionych indukcyjności *L* i pojemności *C* napotyka na poważne trudności. Obwody zastępcze kondensatorów i cewek komplikują się; właściwości wykonanych obwodów istotnie różnią się od zaprojektowanych. Wykorzystując właściwości linii długiej można z jej odcinków utworzyć elementy indukcyjne i pojemnościowe, które będą wykorzystane w strukturach filtrów.

Na rys. 7.22A przedstawiono odcinek linii długiej, może to być linia współosiowa bądź mikropaskowa, oraz obwód typu π jako zastępczy tego odcinka linii o długości l. Indukcyjność L i pojemność C tego obwodu można zapisać zależnościami (7-70), przy zachowaniu warunku $l \ll \lambda$.

$$X \simeq \omega L = \beta l Z_0 = \omega \frac{Z_0 l}{v_f};$$

$$B \simeq \omega C = \beta l Y_0 = \omega \frac{l}{Z_0 v_f};$$
(7-70)



Rys. 7.22. Przykłady realizacji filtrów dolnoprzepustowych z użyciem linii o skokowo zmiennej impedancji. **A)** Obwód zastępczy typu π odcinka linii o długości elektrycznej β l. **B)** Filtr dolnoprzepustowy wykorzystujący linię współosiową. **C)** Filtr dolnoprzepustowy wykorzystujący linię mikropaskową.

Obwód zastępczy wskazuje, że łańcuch odcinków linii długiej tworzy naturalną strukturę obwodu filtru dolnoprzepustowego. Wartości elementów L i C można regulować przez dobór wartości impedancji charakterystycznej Z_0 (średnica przewodu wewnętrznego, szerokość paska) i przez dobór długości tych odcinków. Odcinek ma charakter albo indukcyjny (duże Z_0), albo pojemnościowy (małe Z_0). Na rys. 7.22B pokazano strukturę filtru dolnoprzepustowego wykonanego na bazie linii współosiowej, a na rys. 7.22C – na bazie linii mikropaskowej.

7.8.2. Linia okresowo obciążona

Innym sposobem wykonania filtru dolnoprzepustowego jest realizacja struktury pokazanej na rys. 7.23A. Do linii mikropaskowej jednorodnej o dużym Z_0 dołączone są równolegle krótkie odcinki rozwarte na końcu.



Rys. 7.23. Filtr dolnoprzepustowy z linią okresowo obciążoną. **A)** Struktura filtru z odcinkami linii rozwartej realizującymi pojemności. **B)** Obwód zastępczy filtru.

W pokazanym na rys. 7.23B obwodzie zastępczym każdy odcinek reprezentowany jest przez susceptancję wyrażoną wzorem (7-71):

$$B = Y_0 \operatorname{tg}(\beta l) \cong Y_0 \beta l; \tag{7-71}$$

Odcinki toru głównego tworzą indukcyjności i dodatkowe małe pojemności, zwiększone o pojemności odcinków rozwartych.

Odcinki linii rozwartej na końcu mogą w pewnych zakresach częstotliwości realizować obwody rezonansowe włączone równolegle. Stwarza to możliwość konstrukcji filtru środ-kowozaporowego.

7.8.3. Łańcuch sprzężonych rezonatorów

Filtr środkowoprzepustowy (inaczej pasmowoprzepustowy) można zrealizować jako łańcuch sprzężonych rezonatorów. Przykład takiej konstrukcji pokazano na rys. 7.24A. Filtr zrealizowany został na linii mikropaskowej. Półfalowe, obustronnie rozwarte odcinki linii pełnią rolę rezonatorów. Łańcuch rezonatorów jest wzajemnie sprzężony przez zbliżenie pasków, regulacja sprzężenia jest możliwa zmianą szerokości szczeliny między nimi. Na rys. 7.24B pokazano obwód zastępczy filtru pasmowoprzepustowego. Model matematyczny filtru jest inny, niż opisany wyżej. Obwód zastępczy filtru jest łańcuchem równoległych obwodów rezonansowych wzajemnie sprzężonych. Obwody nie są identyczne, mają nieco różne częstotliwości rezonansowe i są różnie sprzężone z obwodami sąsiednimi.



Rys. 7.24. Filtry pasmowoprzepustowe z łańcuchem sprzężonych rezonatorów. **A)** Filtr pasmowoprzepustowy na linii mikropaskowej. **B)** Obwód zastępczy filtru dolnoprzepustowego.

W obwodzie zastępczym nie uwzględniono strat własnych linii mikropaskowej i strat na promieniowanie. Pomiary wykonanych konstrukcji filtrów wykazują obecność niewielkich strat w paśmie przepustowym, zwykle w granicach 1-3 dB.

Filtry środkowoprzepustowe realizowane są także w postaci łańcucha sprzężonych rezonatorów falowodowych. Rezonatory i filtry falowodowe wykazują istotnie mniejszy poziom strat, co umożliwia uzyskanie większych dobroci rezonatorów i większych stromości zboczy charakterystyk filtrów.

7.9. Podsumowanie

Obwody rezonansowe, rezonatory oraz filtry mikrofalowe odgrywają bardzo ważną rolę w układach przetwarzania i transmisji sygnałów. Charakterystyki obwodów rezonansowych, a najogólniej rezonatorów są selektywne, szybko zmieniają się wokół częstotliwości rezonansowej. Filtry są także strukturami rezonansowymi, ale bardziej złożonymi. Kształt ich charakterystyk można w pewnym stopniu komponować, dopasowywać do potrzeb.

Przy opisie rezonatorów i filtrów korzystano z pomocy obwodów zastępczych. Teoria filtrów została pięknie zbudowana i umożliwia syntezę filtrów, to znaczy takie ich projektowanie, aby spełniały określone wymagania. Niestety, zawarta w tym rozdziale wiedza o filtrach jest bardzo niewielka i stanowi minimum tego, co powinniśmy o nich wiedzieć. Zainteresowanym Czytelnikom można zaproponować obfitą i ogólnie dostępną literaturę przedmiotu.